

Les exercices sont indépendants. Vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez. La notation prendra en compte les qualités de la rédaction (clarté, lisibilité, orthographe...). Les indices et pourcentages seront arrondis à un chiffre après la virgule. Les sommes en euros seront arrondies au centime le plus proche et les taux d'intérêt à 0,01 %.

Exercice n° 1

Le tableau suivant retrace l'évolution de la production pétrolière des États-Unis (en millions de barils) :

Année	2004	2005	2006	2007	2008
Production	1 983	1 890	1 862	1 848	1 812

Source : Energy Information Administration

- 1) En 2008, la production du Texas s'élevait à 398 millions de barils. Quelle était la part relative du Texas dans la production pétrolière américaine ?
- 2) Calculez le pourcentage global de variation de la production entre 2004 et 2008.
- 3) Calculez les indices de la production, base 100 en 2004.

Exercice n° 2

Entre 2000 et 2008, le salaire moyen des salariés canadiens a globalement augmenté de 23,6 % en dollars courants. Sur la même période, l'inflation a été de 19,6 %. Calculez le pourcentage de variation du salaire en dollars constants.

Exercice n° 3

Le tableau suivant retrace, sous la forme d'indices base 100 en 1990, l'évolution de la production brésilienne d'électricité :

Année	1990	1995	2000	2005	2009
Indice	100	123,8	155,8	180,5	209,9

Source : Energy Information Administration

- 1) Calculez le pourcentage global de variation de la production entre 1990 et 2009.

- 2) Calculez le pourcentage moyen annuel de croissance de la production entre 1990 et 2009.
 - 3) Calculez les indices de la production, base 100 en 2000.
 - 4) Entre 1980 et 1990, la production brésilienne d'électricité a augmenté de 4,7 % par an en moyenne. Calculez l'indice de la production de 1980, base 100 en 1990.
-

Exercice n° 4

- 1) Le 25 mars 2010, un particulier a déposé 1 200 € sur un livret A, rémunéré à 1,25 % par an. À partir du 1^{er} août 2010, le taux d'intérêt est égal à 1,75 % par an.
 - a) Calculez les intérêts au 31 décembre 2010.
 - b) Quelle sera la valeur acquise à cette même date ?
 - 2) Le 05 mai 2010, un particulier a déposé une somme C sur un compte bancaire rémunéré à 2,25 % par an. La valeur acquise au 02 octobre 2010 était de 3 133,10 €. Retrouvez le capital C .
-

Exercice n° 5

Le 04 janvier 2002, un particulier a déposé une somme de 8 000 € sur un compte rémunéré à 2,75 % par an.

- 1) Calculez la valeur acquise au 04 janvier 2011.
 - 2) Quel est le montant des intérêts accumulés à cette date ?
-

Exercice n° 6

- 1) Depuis le 04 janvier 2005, un particulier dépose chaque mois une somme de 300 € sur un compte rémunéré à 0,25 % par mois.
 - a) Quelle est la valeur acquise juste après le versement du 04 janvier 2011 ?
 - b) Quel est le taux annuel équivalent au taux de ce placement ?
- 2) Le 04 janvier 2011, un particulier emprunte 60 000 € à 4 % par an. Il remboursera en 10 annuités égales, la première étant versée le 04 janvier 2012.
 - a) Calculez le montant de l'annuité à verser.
 - b) Estimez le coût total de l'emprunt.

Corrigé

Exercice n° 1

- 1) En 2008, la production du Texas s'élevait à 398 millions de barils, sur un total de 1 812 millions de barils. La part relative du Texas dans la production pétrolière américaine était donc :

$$p = 100 \times \frac{398}{1812} \approx 22,0\%.$$

En 2008, le Texas assurait 22,0 % de la production pétrolière américaine.

- 2) Le pourcentage global de variation de la production entre 2004 (1 983 millions de barils) et 2008 (1 812 millions de barils) est :

$$p = 100 \times \frac{1812 - 1983}{1983} \approx -8,6\%.$$

Entre 2004 et 2008, la production pétrolière américaine a diminué de 8,6 %.

- 3) Notons G_t la production pétrolière des États-Unis pour l'année t . L'indice de la production de l'année t , base 100 en 2004 est défini par :

$$I_{t,2004} = \frac{G_t}{G_{2004}} \cdot 100$$

- Pour 2004 : $I_{2004,2004} = 100$ (c'est l'année de base).
- Pour 2005 : $I_{2005,2004} = \frac{G_{2005}}{G_{2004}} \cdot 100 = \frac{1890}{1983} \times 100 \approx 95,3$
- Pour 2006 : $I_{2006,2004} = \frac{G_{2006}}{G_{2004}} \cdot 100 = \frac{1862}{1983} \times 100 \approx 93,9$

De même pour les années suivantes :

Année	2004	2005	2006	2007	2008
Production	1 983	1 890	1 862	1 848	1 812
Indice	100	95,3	93,9	93,2	91,4

Exercice n° 2

Entre 2000 et 2008, le salaire moyen des salariés canadiens a globalement augmenté de 23,6 % en dollars courants, ce qui correspond à une multiplication par :

$$m_s = 1 + \frac{23,6}{100} = 1,236$$

Sur la même période, l'inflation a été de 19,6 %. Le multiplicateur des prix est donc :

$$m_p = 1 + \frac{19,6}{100} = 1,196$$

On en déduit le coefficient multiplicateur du salaire en dollars constants :

$$m = \frac{m_s}{m_p} = \frac{1,236}{1,196} \approx 1,033$$

Le pourcentage de variation du salaire en dollars constants est donc :

$$p = 100 \cdot (m - 1) = 100 \times (1,033 - 1) = +3,3\%.$$

Entre 2000 et 2008, le salaire moyen des salariés canadiens a donc augmenté de 3,3 % en dollars constants.

Remarque : pour de faibles variations, on peut estimer le pourcentage de variation du salaire en dollars constants en faisant la différence entre le pourcentage de variation du salaire en dollars courants et le pourcentage d'inflation. Dans cet exercice, les pourcentages sont trop élevés pour que cette approximation donne un résultat acceptable.

Exercice n° 3

- 1) Comme 1990 est l'année de base, le pourcentage global de variation de la production entre 1990 et 2009 s'obtient simplement :

$$p = I_{2009,1990} - 100 = 209,9 - 100 = +109,9 \%$$

Entre 1990 et 2009, la production brésilienne d'électricité a augmenté globalement de 109,9 % (elle donc un peu plus que doublé).

- 2) Le pourcentage moyen annuel de croissance de la production entre 1990 et 2009 est :

$$p = 100 \times \left[\left(\frac{I_{2009,1990}}{I_{1990,1990}} \right)^{1/n} - 1 \right] = 100 \times \left[\left(\frac{209,9}{100} \right)^{1/19} - 1 \right] \approx +4,0 \%$$

Entre 1990 et 2009, la production brésilienne d'électricité a donc augmenté de 4,0 % par an en moyenne.

- 3) Pour trouver les indices de la production, base 100 en 2000, il faut effectuer un **changement de base**. L'indice de la production de l'année t , base 100 en 2000 est défini par :

$$I_{t,2000} = \frac{I_{t,1990}}{I_{2000,1990}} \cdot 100$$

- Pour 2000 : $I_{2000,2000} = 100$ (c'est la nouvelle base).
- Pour 1990 : $I_{1990,2000} = \frac{I_{1990,1990}}{I_{2000,1990}} \cdot 100 = \frac{100}{155,8} \times 100 \approx 64,2$
- Pour 1995 : $I_{1995,2000} = \frac{I_{1995,1990}}{I_{2000,1990}} \cdot 100 = \frac{123,8}{155,8} \times 100 \approx 79,5$

De même pour les années suivantes :

Année	1990	1995	2000	2005	2009
Indice base 100 en 1990	100	123,8	155,8	180,5	209,9
Indice base 100 en 2000	64,2	79,5	100,0	115,9	134,7

- 4) Entre 1980 et 1990, la production brésilienne d'électricité a augmenté de 4,7 % par an en moyenne, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur **annuel** égal à :

$$m = 1 + \frac{4,7}{100} = 1,047$$

Entre 1980 et 1990 s'écoulent **10 ans**, nous pouvons donc dire que :

$$I_{1990,1990} = I_{1980,1990} \cdot m^{10}$$

D'où :

$$I_{1980,1990} = \frac{I_{1990,1990}}{m^{10}} = \frac{100}{1,047^{10}} \approx 63,2$$

L'indice de la production de 1980, base 100 en 1990, est donc 63,2.

Remarques :

- L'inverse d'une hausse de 4,7 % n'est pas une baisse de 4,7 %.

- Une hausse de 4,7 % par an pendant 10 ans ne se traduit par une hausse globale de 47 % (on ne peut pas additionner des pourcentages successifs).

Exercice n° 4

Les deux questions de cet exercice portent sur des placements qui durent moins d'un an. Il faut donc utiliser les **intérêts simples**.

1)

- a) Le placement étant effectué sur un livret, les intérêts sont calculés proportionnellement au nombre de **quinzaines civiles entières**. Comme le taux change en cours d'année, le calcul se fait en deux étapes :

Du 25 mars au 31 juillet 2010 :

Capital placé : $C = 1\,200$ €.

Taux annuel d'intérêt : $i_1 = 1,25$ %.

Durée du placement : $n_1 = 0 + 2 + 2 + 2 + 2 = 8$ quinzaines.

(la deuxième quinzaine de mars est incomplète, elle ne rapporte donc pas d'intérêts)

Le montant des intérêts pour cette période est donc égal à :

$$I_1 = C \cdot i_1 \cdot \frac{n_1}{24} = 1200 \times \frac{1,25}{100} \times \frac{8}{24} = 5,00 \text{ €}.$$

Du 25 mars au 31 juillet 2010 :

Capital placé : $C = 1\,200$ € (les intérêts de la période précédente ne seront crédités qu'en fin d'année).

Taux annuel d'intérêt : $i_2 = 1,75$ %.

Durée du placement : $n_2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$ quinzaines.

Le montant des intérêts pour cette période est donc égal à :

$$I_2 = C \cdot i_2 \cdot \frac{n_2}{24} = 1200 \times \frac{1,75}{100} \times \frac{10}{24} = 8,75 \text{ €}.$$

Au 31 décembre 2010 :

Le montant total des intérêts au 31 décembre 2010 est donc :

$$I = I_1 + I_2 = 5 + 8,75 = 13,75 \text{ €}.$$

- b) La valeur acquise est égale à la somme du capital et des intérêts. À la date du 31 décembre 2010, elle est donc égale à :

$$V = C + I = 1200 + 13,75 = 1\,213,75 \text{ €}.$$

2) **Cette question est reprise du devoir 3.**

Le placement est encore effectué sur un compte bancaire donc les intérêts sont calculés en fonction du nombre de jours.

- Capital placé : $C = ?$
- Taux annuel d'intérêt : $i = 2,25$ %
- Durée du placement : $N = (31 - 5) + 30 + 31 + 31 + 30 + 2 = 150$ jours.
- Intérêts : $I = ?$
- Valeur acquise : $V = 3\,133,10$ €.

La valeur acquise est : $V = C + I$ et les intérêts : $I = C \cdot i \cdot \frac{N}{360}$

On en déduit que $V = C + C \cdot i \cdot \frac{N}{360}$

En factorisant par C : $V = C \cdot \left(1 + i \cdot \frac{N}{360}\right)$

En inversant cette équation, on obtient : $\frac{V}{1+i \cdot \frac{N}{360}} = C$

$$C = \frac{3133,10}{1 + \frac{2,25}{100} \times \frac{150}{360}} = 3\,104 \text{ €.}$$

Le capital placé était donc de 3 104 €.

Exercice n° 5

Cet exercice porte sur un placement à long terme (il dure plus d'un an). Il faut donc utiliser les **intérêts composés**.

- 1) Capital placé : $C = 8\,000 \text{ €}$.
Taux annuel d'intérêt : $i = 2,75 \%$.
Durée du placement : $t = 9 \text{ ans}$.
La valeur acquise au 04 janvier 2011 est :

$$V = C \cdot (1+i)^t = 8000 \times \left(1 + \frac{2,75}{100}\right)^9 \approx 10\,212,37 \text{ €.}$$

- 2) Les intérêts au 04 janvier 2011 sont donc égaux à :
 $I = V - C = 10212,37 - 8000 = 2\,212,37 \text{ €}$.
-

Exercice n° 6

- 1) Il s'agit maintenant d'épargne par versement de mensualités constantes.
a) Montant de la mensualité : $a = 300 \text{ €}$
Taux mensuel d'intérêt : $i = 0,25 \%$
Nombre de mensualités : $n = 6 \times 12 + 1 = 73$ (il y a aussi un versement en janvier 2011).
La valeur acquise juste après le dernier versement est :

$$V = a \cdot \frac{(1+i_m)^n - 1}{i_m} = 300 \cdot \frac{(1+0,0025)^{73} - 1}{0,0025} \approx 23\,992,90 \text{ €.}$$

La valeur acquise juste après le versement du 04 janvier 2011 est donc 23 992,90 € (elle se décompose en $73 \times 300 = 21\,900 \text{ €}$ de capital et $23992,90 - 21900 = 2\,092,90 \text{ €}$ d'intérêts).

- b) Le taux d'intérêt annuel **équivalent** au taux mensuel $i = 0,25\%$ est défini par :

$$1+i = (1+i_m)^{12}$$

$$\text{Donc } i = (1+i_m)^{12} - 1 = \left(1 + \frac{0,25}{100}\right)^{12} - 1 \approx 0,0304$$

Ce placement rapporte donc 3,04 % par an.

Ne pas confondre ce taux avec le taux annuel proportionnel ($12 \times 0,25 = 3 \%$), qui s'emploierait dans un contexte d'intérêts simples.

- 2) Il s'agit d'un **remboursement d'emprunt par annuités constantes**.

- a) Capital emprunté : $C = 60\,000 \text{ €}$.
Taux annuel d'intérêt : $i = 4 \%$.
Nombre d'annuités : $n = 10$.

La première annuité étant versée exactement un an après l'emprunt, le montant que le client devra verser chaque année est :

$$a = C \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} = 60000 \times \frac{0,04}{1 - (1+0,04)^{-10}} \approx 7\,397,46 \text{ €}$$

b) Le coût total de l'emprunt est égal à la différence entre le total des annuités (10 versements de 7 397,46 € – même si en réalité le dernier peut être légèrement différent) et le capital emprunté :

$$C_T = n \cdot a - C = 10 \times 7397,46 - 60000 = 13\,974,60 \text{ €}$$

Cet emprunt coûte environ 13 974,60 € à l'emprunteur.